

# Tesztelés, fertőzöttség, oltás

## Statisztikai becslések és kockázatok számítása a covidjárvány kapcsán

Szerző: Dr. Hetesi Zsolt / NKE Vízstudomány Kar, Viz- és Környezetbiztonsági Tanszék

A koronavírus-járvány kapcsán tapasztalható egyfajta számháború, és az érvelés nem minden esetben mentes a tévedésektől. Manapság az alapvető statisztikai ismeretek hiányában megfogalmazott érvek pontosítására minden lehetőséget érdemes megragadni. A jelen írás ezt tárgyalja a prevalencia, az exponenciális bővülés és az oltás statisztikai kockázatának kiszámítása kapcsán.

### BEVEZETÉS

A Lépések 82. számában már írtam a koronavírus-válság hatásairól, kockázatairól, illetve összevettem azt más kockázatokkal (Hetesi, 2021). Ebben az írásban az azóta eltelt időszak közérdeklődésre számot tartó statisztikai kérdéseire keressük a válaszokat, amelyek segíthetnek eligazodni a sokféle adat értelmezésében.

Elsőként azt az érvet járjuk körbe, hogy a nagymintás tesztelés sokat segített volna a járvány kezelésében, ehhez meg kell majd ismernünk a tesztek bizonyos tulajdonságait és a tesztelni kívánt populáció fertőzöttségi mutatóját (prevalenciáját). Ezután a terjedés matematikáját vizsgáljuk meg, mert folyamatosan az az érzésem, hogy az exponenciális függvény viselkedésével még azok sincsenek feltétlenül tisztában, akiknek pedig szüksége lenne rá. Harmadszor megvizsgáljuk azt az érvet is, amelyet az oltással szemben szkeptikusok gyakran hangoztatnak, hogy az oltás sok esetben halálos kimenettel járt, ennek az állításnak a kockázatra lefordított értelmezését járjuk majd körbe.

### A TESZTELÉSRŐL ÉS A PREVALENCIÁRÓL

#### 1. Téves pozitív és téves negatív eredmények

Játsszunk el a gondolattal, hogy egy egzotikus külföldi útról érkezünk haza és kiderül, hogy a nyaralóhelyen egy kellemetlen betegség ütötte fel a fejét, lehet, hogy elkaptuk. Viszonylag egyszerűen kideríthető, hogy betegek lettünk-e: egy tesztnek kell alávetni magunkat (ismerős?). A betegségről annyit kell tudni, hogy a nyaralók közül minden ezredik ember kapta meg. A teszt 100 esetből 99-szer jó eredményt ad, 1 esetben hamisat, azaz 100 betegből 99-nél kimutatja a betegséget, de egyenél tévesen azt mondja majd, hogy egészséges – ezt hívjuk

**téves negatív eredménynek.** A teszt esetében előfordul az is, hogy 100 egészséges emberről 98 esetben kimutatja, hogy egészséges, de 2 esetet betegként jelez, ez az ún. **téves pozitív eredmény.** Ezen a ponton az olvasó megtippelheti, hogy ha a játék kedvéért felteszi, hogy épp most tért haza ezen egzotikus szigetről és a biztonság kedvéért tesztet végeztetett, amely eredménye pozitív, mekkora a valós esélye, hogy tényleg elkapta a betegséget? Még annyit tegyünk fel, hogy 100 db teszt készült a hazatérő turisták körében.

A kérdés megválaszolásához készítsünk egy táblázatot, amelyben minden esetet külön tudunk kezelni:

1. táblázat: A nyaralás során szerzett egzotikus betegség teszt táblája

	Személy	Pozitív teszt-eredmény	Negatív teszt-eredmény
Beteg	100	99	1
Egészséges	100 000	2000	98 000
<b>Összesen</b>	<b>100 100</b>	<b>2099</b>	<b>98 001</b>

A táblázatban kiemeltük, hogy a tesztelés során 2099 db pozitív eredmény született, amelyből 2000 téves pozitív és 99 valós pozitív. Azaz, ha a játék kedvéért képzeltesz tesztet az olvasó esetén pozitív, az 99/2099, azaz 4,7% az esélye, hogy valóban beteg. Tehát az első teszt után kétségbeesni szükségtelen. Ha esetleg a 2099 esetben megismételnék a tesztet, az újabb pozitív eredmény már 71%-os eséllyel mutatná, hogy az alany valóban beteg.

Azonban ezzel csak annyit tudunk, hogy mit jelent, ha egy teszt tévesen pozitív és tévesen negatív eredménnyel dolgozik, a népesség körében elterjedt és kimutatni

kívánt betegség tesztet befolyásoló hatásáról még nem beszéltünk.

#### 2. A prevalencia

Ha egy HIV-tesztet végeznek rajtunk és az eredmény pozitív, még nem kell feltétlenül kétségbeesnünk, most azonban más szempont alapján érdemes végiggondolni, mi történt. Ha az eset akkor történt, amikor valaki vért adott, és amiatt végeztek HIV-szűrést rajta, egészen más eséllyel beteg a valóságban, mintha egy drogambulancián végezték volna ugyanazt a tesztet. Érdekesnek tűnik, de valójában csak a két különböző helyen végzett szűrés mögötti különböző háttéreloszlás okozza az eltérést.

A HIV-teszt esetén téves negatív eredmény nem fordul elő, téves pozitív pedig a teszteltek 0,2%-a. Először feltéve, hogy 20 000 véradót tekintünk, akik esetében a tesztet kötelező elvégezni, és felteszük, hogy közöttük egyetlen HIV-fertőzött volt, a következő táblázatot állíthatjuk elő:

2. táblázat: HIV-fertőzés teszt táblája véradóponton tesztelve

	Személy	Pozitív teszt-eredmény	Negatív teszt-eredmény
HIV-fertőzött	1	1	0
Egészséges	19 999	40	19 959
<b>Összesen</b>	<b>20 000</b>	<b>41</b>	<b>19 959</b>

Azaz, ha a véradás után kapunk értesítést, hogy a HIV-teszt pozitív lett esetünkben, 1/41, azaz 2,4% az esélye, hogy tényleg betegek vagyunk.

Viszont, ha egy drogambulancián végzik el ugyanezen tesztet rajtunk, akkor a helyzet



már más: tételezzük fel, hogy itt is 20 000 tesztet végeznek, de közülük 300 a valódi fertőzött.<sup>1</sup> A táblázat most így alakul:

3. táblázat: HIV-fertőzés tesztátlája drogambulancián tesztelve

	Személy	Pozitív teszt-eredmény	Negatív teszt-eredmény
Beteg	300	300	0
Egészséges	19 700	39	19 661
<b>Összesen</b>	<b>20 000</b>	<b>339</b>	<b>19 661</b>

Ebben az esetben a pozitív eredmény sokkal nagyobb valószínűséggel utal betegségre,  $300/339 = 88,5\%$  eséllyel.

A két mintavétel két különböző csoport esetén történt, és a két csoportra vonatkozóan más a fertőzés jelenlétének valószínűsége is, azaz más a két csoport **prevalenciája**<sup>2</sup>. Aki eddig figyelemmel kísérte a számításokat, már sejtheti, hogy a következő vizsgált teszt a covid kapcsán gyakran használt PCR-teszt lesz. Az FDA által hitelesített tesztek közül az egyik első (Cellex) 6%-ban ad téves negatív és 4%-ban téves pozitív eredményt (Ebel – Barry, 2020).

Nézzük meg, hogy egy tesztelőponton, ahova általában a betegség gyanújával érkeznek az emberek, mi a valószínűsége pozitív tesztel betegnek lenni? Tételezzük fel, hogy az érkezők 10%-a valóban beteg.

4. táblázat: Covidfertőzés tesztátlája tesztelőponton

	Személy	Pozitív teszt-eredmény	Negatív teszt-eredmény
Beteg	100	94	6
Egészséges	900	36	864
<b>Összesen</b>	<b>1000</b>	<b>130</b>	<b>870</b>

Pozitív tesztel a kezünkben az esély a valódi betegségre 10%-os prevalencia esetén 75%. Ha a teljes lakosságot tesztelték volna, amint azt számos (azért inkább propagandisztikus és kevésbé szakmai) fórum követelte, a járvány elején kb. 2%-os prevalenciával lehetett számolni.



Fotó: © Pixabay

Ehhez a következő táblázat tartozik:

5. táblázat: Covidfertőzés tesztátlája járvány kezdetén, országos mintán tesztelve

	Személy	Pozitív teszt-eredmény	Negatív teszt-eredmény
Beteg	20	19	1
Egészséges	980	39	941
<b>Összesen</b>	<b>1000</b>	<b>58</b>	<b>942</b>

A valós esély egy pozitív teszt esetén tehát mindössze 33%, és ennek az oka a prevalenciában keresendő. Összefoglalásul elmondható tehát ennek a kicsit hosszúra nyúlt fejtegetésnek a végén, hogy a teljes lakosság tesztelése a felfutás korai fázisában a prevalencia kicsiny volta miatt értelmetlen lett volna (a számítások menete és a koronavírus-járványt megelőző példák származási helye: Bernholdt – Dubben, 2001).

### A FELFUTÁS MENETE, AZ EXPONENCIÁLIS NÖVEKEDÉS

Az exponenciális növekedés addig jellemzi a járvány terjedését, amíg még van kellően sok nem fertőzött ember és a felfutás nem ér el olyan korlátot, hogy már nincs hová terjeszkedni a járványnak. Amikor az exponenciális növekedés átvált lassabb felfutásba, a felfutási görbén ún. inflexiós pont jelenik meg, majd a járvány tetőzik és az esetszám csökkenni kezd, a járvány elvonul. Az érintett populációt három csoportba osztják: megfertőzhető (S=suscep-

tible), betegek (I=infected) és gyógyultak (R=recovered), a kezdbetűkből a modell neve: SIR-modell. A modell részleteihez lásd pl.: Okabe – Shudo, 2008. Itt nem célunk a modell részletes bemutatása, de arra szeretnénk rámutatni, hogy a kezdeti felfutás jól közelíthető az exponenciális növekedéssel, amelynek az egyik fontos tulajdonsága, hogy bizonyos időközönként megkétszereződik. Ennek fontos következményei vannak, hiszen megfelelő lépések hiányában a folyamat ellenőrizhetlenné válhat.

Jelen sorok írásakor (2021. január elején) a járvány ötödik hulláma kezd éppen felfutni, az ún. omikron variánssal. Ennek kétszereződési ideje 2,5 nap körül van jelenleg, azaz 2,5 naponta duplázódik az esetszám, Budapesten a 2021. január 10-i állapot szerint kb. 500 megbetegedésért felelhet az omikron, ami 15-ére 2 000 lehet, 20-ára 8 000<sup>3</sup>, a további előrevetítésnek nincs értelme, mert a hónap végére, február elejére már lassulnia kell az ötödik hullámnak<sup>4</sup>, hiszen nem marad elég fertőzhető alany a fővárosban. A duplázódás azonban nagyon fontos, mert lineáris gondolkodáshoz szokott elképzeléseinkkel nincs összhangban, és megértése akár ebben a problémakörben, akár a gazdasági növekedés tekintetében vagy erőforrások felhasználása tekintetében különösen fontos.<sup>5</sup> Amikor alacsony esetszámok vannak jelen és azok kétszereződnek meg bizonyos időközönként (pl. 2,5 naponta), akkor ez eleinte nem tűnik fel, csak a matematikát ismerőknek, amikor pedig már nagyok az esetszámok, túl kevés az idő egy gyors beavatkozás kidolgozására is.

6. táblázat: A delta és az omikron variáns valószínűsített megbetegedései 2021. december vége – 2022. január eleje között.<sup>6</sup>

	2021. december 18.	2021. december 27.	2022. január 3.	2022. január 10.
7 napos mozgóátlag	4209	2417	2423	5407
Ebből valószínűleg delta	-100%	-75%	-50%	-15%
Ebből valószínűleg omikron	-0%	-25%	-50%	-85%

Nézzünk egy példát: A 6. táblázat adatai alapján az látható, hogy a lecsengő delta variáns csökkenése miatt az összességében csökkenő esetszámok egészen január elejéig elfedik a berobbanó omikron variáns okozta fertőzések számát. Amire az esetszám újra növekedni kezdett, már jelentős számú megbetegedésért az omikron volt felelős, ami kb. december közepén érkezhetett meg, de a delta hullám lecsengése miatt sokáig nem volt észlelhető a felfutás.

Egy más területről vett példával bemutatva a következőt mondhatjuk: a kőolaj kitermelése 1950-től kb. 10 évente kétszereződött meg, és ha ábrázoljuk a kitermelést, téglalapokkal mutathatjuk be az exponenciális növekedést (Bartlett, 1980): Az ábrából látható, hogy minden tízéves periódusban annyi olajat használtunk fel, mint előtte összesen, és ha a gazdasági növekedést fenn akarjuk tartani, ennek így kell tovább haladnia, legalábbis addig,

amíg ki nem találjuk, hogy mivel helyettesíthetjük a kőolajat. Fontos megjegyezni, hogy 2000 és 2020 között elméletileg két kétszereződésnek kellett volna lejátszódnia, de ez már nem következett be, főként a 2008-as olajválság miatt. 2000-ig 1100 milliárd hordó olajat termeltek ki a Földön, a 2000 óta eltelt 20 évben azonban nem nőtt 4400 milliárd hordóra a kumulatív kitermelés, hanem csak 1600 milliárd hordóra. Az igazság az, hogy Bartlett cikkének írása idején még nem volt tisztán látható, mára azonban világos, hogy az inflexiós pont a kumulatív termelés görbéjében már az 1973-as és 79-es olajválság miatt bekövetkezett.

### OLTANI VAGY KIVÁRNI? A KOCKÁZATOK ÖSSZEHASONLÍTÁSA

Amennyiben az oltás és a betegség, vagyis a járvány miatti súlyos szövődmény következményét szeretnénk becsülni, a **kockázat** fogalmához folyamodunk. Koc-

kázatnak nevezzük azon káros folyamatok lehetőségét, amelyek cselekvésünkkel, életünkkel kapcsolatosak. A kockázat (R, az angol risk szóból) két tényező szorzataként adódik, az egyik a bekövetkezés valószínűsége (P) és a bekövetkezett esemény súlyossága (K) az egyénre nézve. A biztos esemény valószínűsége 1, a halállal végződő esemény súlyossága szintén 1.

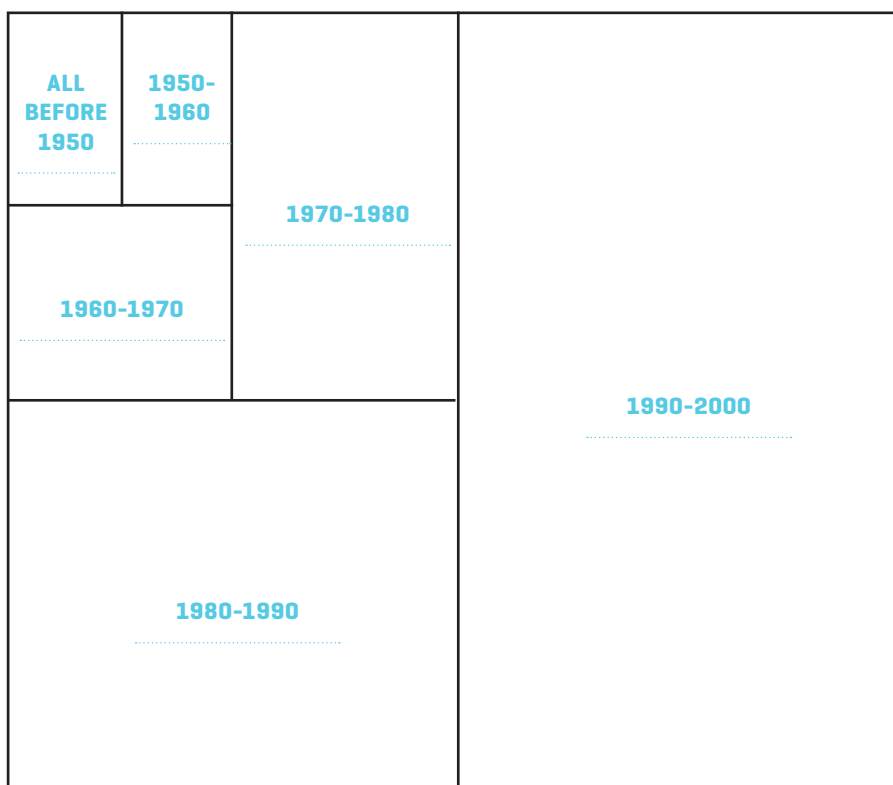
1 mikrorizikó (1  $\mu$ R) például az a kockázat, amelybe 1:1 000 000 eséllyel hal bele a kockázat elszenvedője. Azért, hogy a kis számok érthetőbbé váljanak, be lehet vezetni a kollektív kockázat fogalmát, azaz nézzük a kockázat hatását nagyobb populációra. 1  $\mu$ R az a kockázat tehát, amelynek 1 millió embert kiteve 1 ember a kockázat következtében hal meg. 1  $\mu$ R kockázat elszívni egy cigarettát vagy 3000 km-t repülni.<sup>7</sup>

A covidjárvány esetében már elég nagy minta áll rendelkezésre hazánkban ahhoz, hogy megbecsüljük a covidhalálozás kockázatát, összevetve az oltás okozta kockázattal. Magyarországon 10,65 millió beadott oltásra jutott az oltást követő egy hónapon belül elhunyt 441 fő. A járvány hatásaként továbbá 8960 ember halt meg az első oltás napjáig.<sup>8</sup>

Látható, hogy a betegség oltás nélkül legalább egy nagyságrenddel nagyobb kockázatot jelent. A „legalább” szót két okból is használom, egyrészt azért, mert a fertőzés során intenzív osztályra is kerültek emberek, akiknek a kumulatív számát a közzétett statisztikából nem lehetett meghatározni, így az nem kerül be a magas kockázatú kritikus almintába, noha ott lenne a helye, másrészt pedig azért, mert a 441 oltás utáni egy hónapban elhunyt személyek esetében nem tudjuk biztosan, hogy az oltás miatt hunytak-e el. Elmondhatjuk, hogy bár az oltást követően is meglepően sok haláleset történt (de ez nem mind hozható összefüggésbe az oltással, csak annyit tudunk, hogy utána történt), azonban a járvány halálozási mutatói ennél jóval magasabbak.

### ÖSSZEFOGLALÁS

A koronavírus-járvány elemzése akkor lehetséges, ha megfelelő körülményekkel végezzük, és nem politikai, hanem szakmai érvek hangzanak el az értékelések során. A prevalencia jelentősen befolyásolja a tesztek során kapott eredmények megbízható értelmezését, valamint a fel-futás sebességének ismerete is fontos a beavatkozás szempontjából, ugyanígy annak ismerete is, hogy legalább 20-szor nagyobb kockázatot jelent oltás nélkül várni a betegséget, mint oltva.





Fotó: © Pixabay

### Hivatkozások

- 1 Az eltérés oka nyilvánvaló: a társadalom más almintája jut el véradásra, mint a drogambulancián végzett HIV-tesztre. Aki az utóbbit választja, annál már eleve felmerült némi gyanúja a fertőzésnek, és az ambulanciához forduló almintájában valóban relatíve több a beteg, a társadalom egészéhez mérve.
- 2 Prevalenciának nevezzük egy adott populációban jelen lévő és mérni kívánt jelleg (pl. fertőzés) előfordulási gyakoriságát.
- 3 És ezzel egyúttal szinte teljesen uralja majd a terepet, kiszorítva a delta variánst.
- 4 A felfutás lassulását a növekedés görbéjében egy inflexiós pont jelzi, onnantól a felfutás már nem exponenciális, hanem lassul.
- 5 Egy konkrét példa: Kína gazdasága 2021-ben 8%-kal növekedett az IMF adatbázisa alapján. Ha minden évben így maradna, 8 év múlva a kínai gazdaság kétszer akkora lenne, mint most, ami több okból is lehetetlen.
- 6 Adatok forrása: [koronavirus.gov.hu](https://koronavirus.gov.hu)

- 7 A kockázat megadása természetesen statisztikai alapú, kis kockázatok esetén jelentős torzítások is felléphetnek, ezért nem is célszerű kis esetszámból következtetést levonni. Egyébként olyan eseményeknél, amelyeknek sokan önként teszik ki magukat, mint pl. közlekedés, tüdőrontgen stb. a kockázati adatok elegendően pontosak lehetnek, hiszen a minta nagy (sokan közlekednek, járnak orvoshoz). Így 1 mikrorizikó 10 százalékpontos kimutatásához 100 millió ember azonos viselkedését kell megnéznünk egy adott dolog kapcsán, hogy kapjunk 100±10 embert, aki a vizsgált kockázat miatt halt meg. A kockázatokról bővebben: Marx, 1990.
- 8 Azért ezt az időtartamot vesszük alapul, mert ebben az időszakban két hullám is lefutott és nem állt rendelkezésre oltás, ugyanakkor az egész népesség (10 millió fő) érintett volt. Szerencsés, hogy ezzel majdnem teljesen meg egyezik a kiadott oltások száma is.

### Irodalomjegyzék

- BARTLETT, A: **Forgotten Fundamentals of the Energy Crisis.** Journal of Geological Education 28 4
- BERNHOLDT, H. - DUBBEN, H. (2001): **A tojás rakó kutya,** Magyar Könyvklub, Bp.
- EBEL, M. - BARRY, H (2020): **Beware of False-Positive Results with SARS-CoV-2 Antibody Tests.** Am Fam Physician. 102(1):5-6.
- HETESI ZS. (2021): **A koronavírus okozta válság más környezeti kockázatok tükrében.** Lépések 82 7
- MARX GY. (1990): **Kockázat.** Fizikai Szemle 1990/5
- OKABE Y. - SHUDO A. (2020): **A Mathematical Model of Epidemics—A Tutorial for Students.** Mathematics 8, 1174 2020